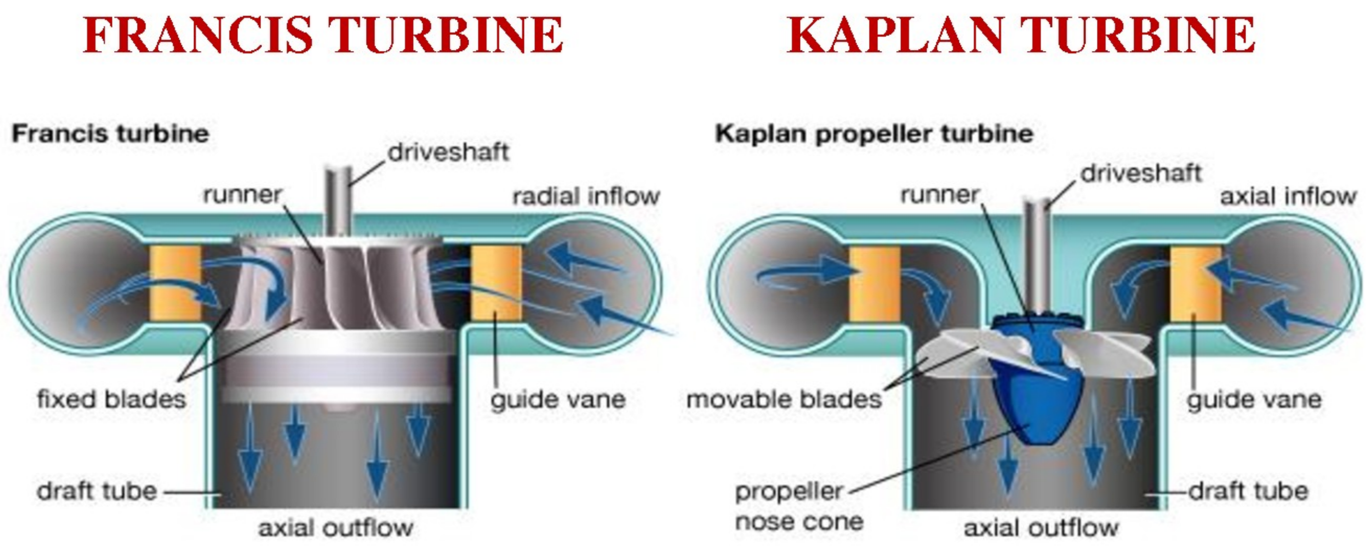
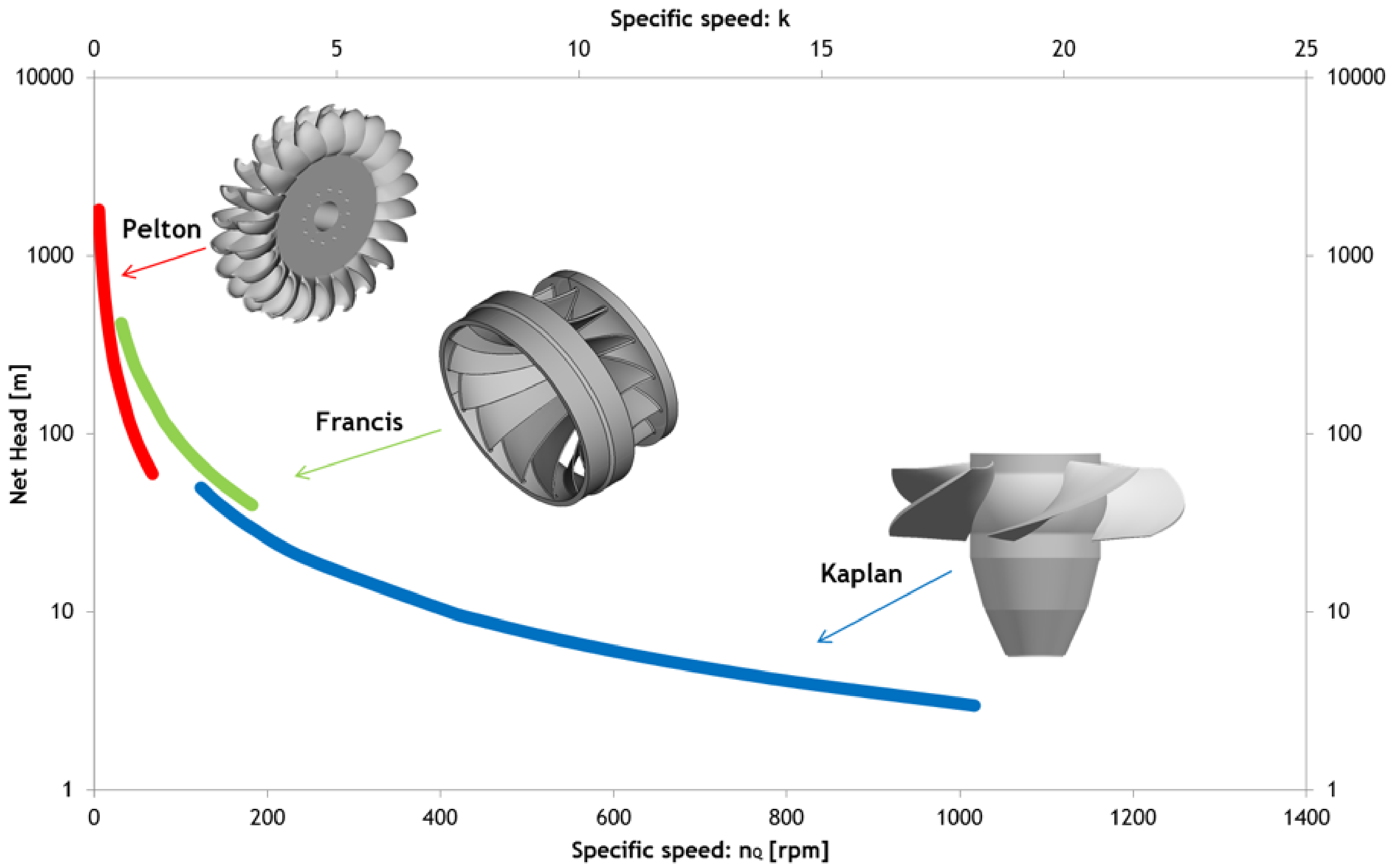
TURBINE FRANCIS E KAPLAN





Le turbine idrauliche sono macchine che lavorano usualmente a velocità di rotazione n costante funzione della frequenza f del generatore elettrico sincrono accoppiato alla turbina. Nel caso di frequenza $f = 50$ Hz, la velocità di rotazione n è data da:

$$n = \frac{2f}{N_p} = \frac{100}{N_p} \qquad << \text{con } n \text{ in [giri/s]} >>$$

$$n = \frac{6000}{N_p} \qquad << \text{con } n \text{ in [giri/min]} >>$$

dove N_p è il numero dei poli (*Tabella 11.2*). Le turbine idrauliche sfruttano inoltre una caduta utile h_u che viene determinata dalla configurazione dell'impianto: questa caduta deve perciò essere considerata costante[11.3].

Tabella 11.2 **Velocità di sincronismo n in corrispondenza di una frequenza $f = 50$ Hz per generatori elettrici sincroni aventi N_p poli**

N_p	2	4	6	8	10	12	14	16	20	24	32	40	48	64	80
n [giri/s]	50	25	16,67	12,5	10	8,33	7,14	6,25	5	4,16	3,125	2,5	2,08	1,56	1,25
n [giri/min]	3000	1500	1000	750	600	500	428,6	375	300	250	187,5	150	125	93,7	75

La potenza utile della turbina P_u è espressa da:

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u$$

dove η_T, rendimento totale della turbina, è compreso tra 0,85 e 0,94 ed è dato dal prodotto dei tre rendimenti idraulico η_y, volumetrico η_v e organico η_o

Il rendimento idraulico ($\eta_y \approx 0,88 \div 0,96$) ci dice che non tutta l'energia corrispondente alla caduta utile viene trasformata in lavoro a causa delle resistenze passive incontrate dal liquido nell'attraversamento della turbina e delle eventuali perdite per energia cinetica non recuperate allo scarico. Il rendimento volumetrico η_v esprime la perdita legata a quella frazione di liquido che, sfuggendo attraverso i giochi, non agisce sulle pale fornendo lavoro; questo rendimento è sempre molto alto e normalmente viene considerato uguale a uno. Il rendimento organico ($\eta_o \approx 0,96 \div 0,99$) tiene conto della potenza che viene persa per attrito e nell'azionare gli ausiliari; anche il rendimento organico viene considerato uguale a uno, a meno che non si tratti di turbine di piccola potenza, nelle quali le perdite di origine meccanica possono rappresentare una frazione significativa della potenza utile generata dalla turbina.

Tabella 11.1 **Intervallo di dislivelli geodetici Δz [m] e portate $\dot{V}$ [m³/s] in funzione dei diversi tipi di turbine idrauliche**

Tipo di turbina	*Dislivello geodetico Δz*	*Portate $\dot{V}$*
— Pelton	$150 \div 1800$	$0,5 \div 20$
— Francis	$10 \div 500$	$2 \div 150$
— Elica e Kaplan	$2 \div 40$	$8 \div 400$

A differenza delle turbopompe, per cui erano stati definiti diversi coefficienti adimensionali, nel campo delle turbine vengono utilizzati quasi esclusivamente soltanto due coefficienti adimensionali, e precisamente la **velocità specifica** ω_s e il **diametro specifico** D_s (oppure, in alternativa al diametro specifico, il rapporto di velocità periferica k).

La velocità specifica ω_s può essere espressa in funzione della portata in volume $\dot{V}$ [m³/s] di acqua:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(g\hbar)^{0,75}} \qquad << \text{ velocità specifica } >>$$

oppure della potenza utile sviluppata dalla turbina P [W]:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\varrho}\ (g\hbar)^{1,25}} \qquad << \text{ velocità specifica } >>$$

mentre il diametro specifico D_s è definito dalla relazione:

$$D_s = D \frac{(g\hbar)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}} \qquad << \text{ diametro specifico } >>$$

Considerati insieme, questi due coefficienti danno luogo al diagramma di Balje, che riporta sul piano $\omega_s — D_s$ le linee a ugual rendimento idraulico caratteristiche dei diversi tipi di turbine idrauliche ad azione (Pelton) e a reazione (radiali, a flusso misto e assiali).

Il rapporto di velocità periferica k è definito come rapporto tra la velocità periferica u_1 [m/s], all'ingresso nella girante di diametro D [m], e la velocità ideale $\sqrt{2g\hbar}$ che si otterrebbe dalla completa trasformazione del lavoro $g\hbar$ [9,81 m/s² × m] in energia cinetica:

$$k = \frac{u_1}{\sqrt{2g\hbar}} \qquad << \text{ coefficiente di velocità periferica } >>$$

Assegnato perciò un valore di k e noti i valori della velocità di rotazione n [giri/s] e della caduta utile $\hbar_u$ [m], è possibile ricavare il diametro della girante D [m], in quanto è $u_1 = \pi n D$.
Il rapporto k rappresenta perciò un coefficiente adimensionale alternativo all'altro coefficiente adimensionale D_s, con l'inconveniente che, mentre nell'espressione del diametro specifico non figura la velocità di rotazione n, nell'espressione del rapporto di velocità periferica k essa figura.
A ogni intervallo di valori della velocità specifica ω_s, corrisponde un determinato tipo di turbina idraulica, secondo il prospetto riportato nella Tabella che segue.

ω_s	*Turbina idraulica*
0,03 ÷ 0,35	Pelton
0,25 ÷ 2,5	Francis
1,7 ÷ 6	Kaplan
4,6 ÷ 10	A elica

DIAGRAMMI TURBINE IDRAULICHE

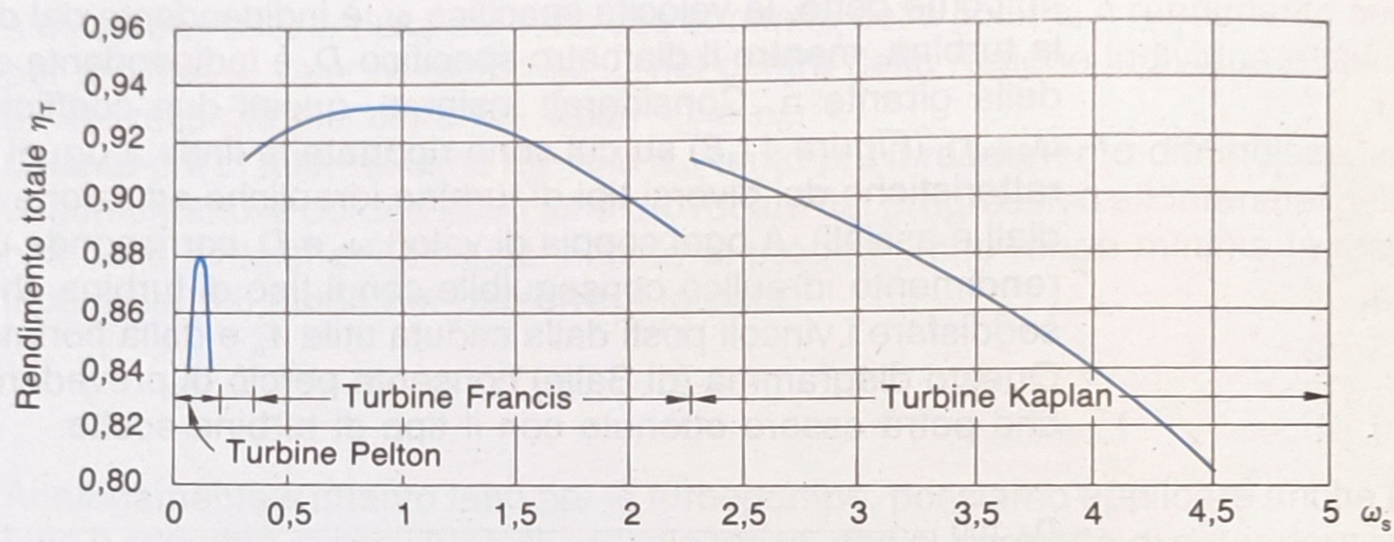


diagramma 11.19 → rendimento TOTALE Massimo in funzionde di ω_S

Tabella 11.3 **Velocità specifiche ω_s caratteristiche dei vari tipi di turbine idrauliche**

Tipo di turbina	*Velocità specifica ω_s*		
	Limite inferiore	*Valore centrale*	*Limite superiore*
Pelton a un getto	0,03	0,07	
Pelton a tre getti		0,1	0,35
Francis lenta	0,25	0,6	
Francis normale		1,1	
Francis veloce		1,6	2,5
Kaplan a otto pale	1,7	2,5	
Kaplan a sei pale		3,2	
Kaplan a cinque pale		3,8	
Kaplan a quattro pale		4,3	6
A elica	4,6		10

DIAGRAMMI TURBINE IDRAULICHE

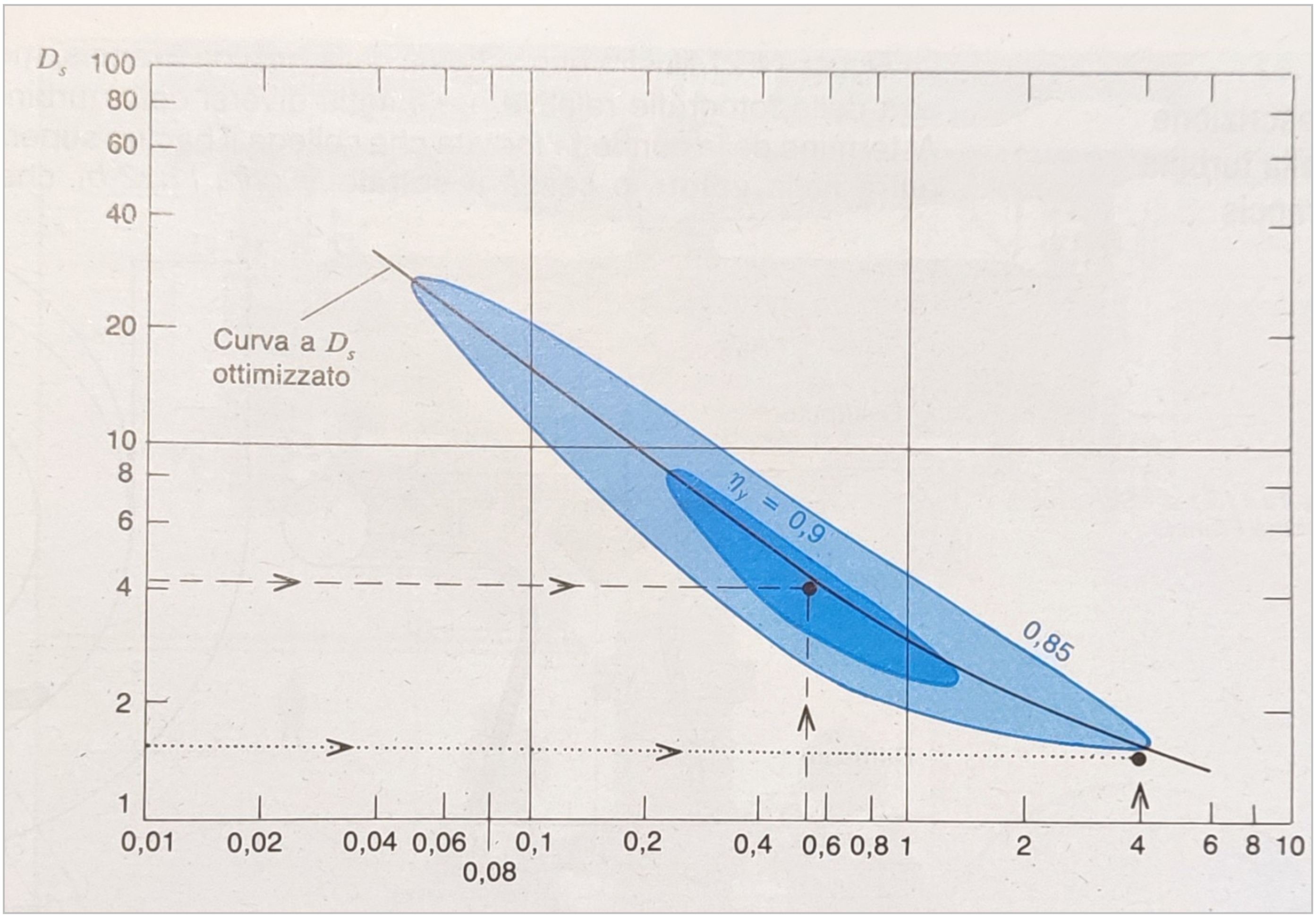
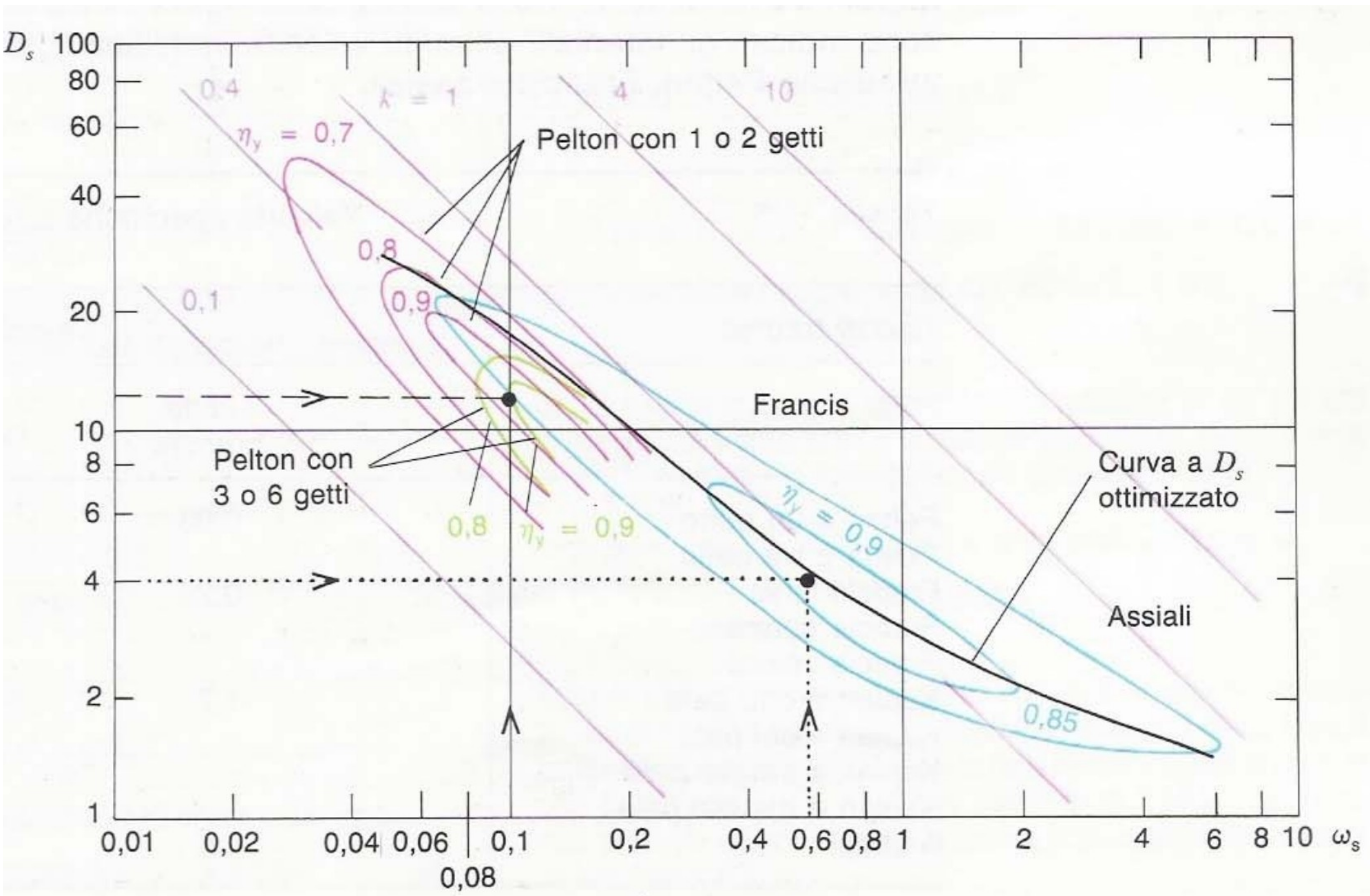


diagramma 11.20 → D_s- ω_s

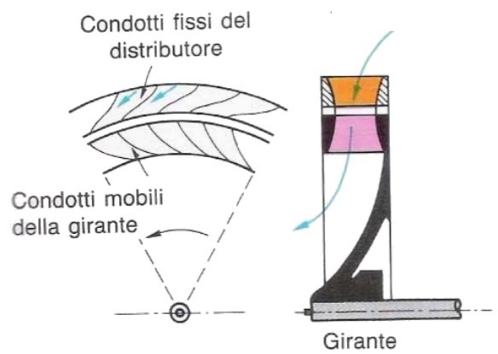


Nelle turbine ad azione (Pelton) il getto d'acqua, che esce dagli ugelli del distributore e che investe solo parte (ammissione parziale) della periferia della girante, colpisce le pale, trasformando l'energia cinetica in lavoro che viene raccolto all'albero.

Nelle turbine a reazione (Francis, a elica e Kaplan) il liquido, che ha trasformato solo parte dell'energia totale disponibile in energia cinetica all'interno del distributore, entra nella girante lungo l'intera periferia (ammissione totale), dotato oltre che di energia cinetica anche (a differenza delle turbine ad azione) di energia di pressione. L'energia di pressione viene poi convertita in energia cinetica nei condotti della girante; di seguito a quest'ultima è installato il diffusore, che ha lo scopo di trasformare l'elevata energia cinetica posseduta dal liquido all'uscita dalla girante, in aumento della quota piezometrica. Le turbine a reazione, a differenza delle turbine ad azione, sono macchine adatte a trattare dislivelli Δz non elevati e portate $\dot{V}$ molto alte.

Il prodotto di η_T (rendimento totale della turbina pari a 0,85 ÷ 0,94), $\dot{V}$ [m³/s] (portata d'acqua in volume), ϱ [kg/m³] (massa volumica dell'acqua), g [m/s²] (accelerazione di gravità) e $\hbar_u$ [m] (caduta utile dell'impianto) dà la potenza utile P_u della turbina [$m^3/s \times kg/m^3 \times m/s^2 \times m = (kg \cdot m/s^2) \cdot m/s = (N \cdot m)/s = J/s = W$]:

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g \hbar_u$$



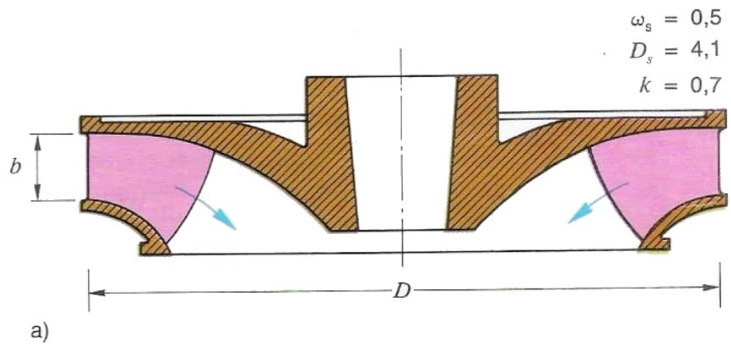
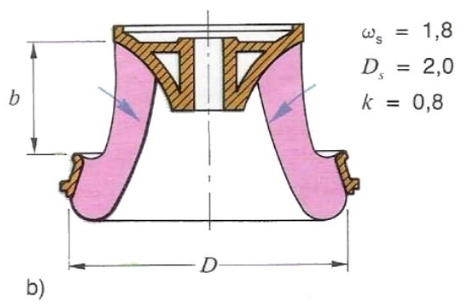
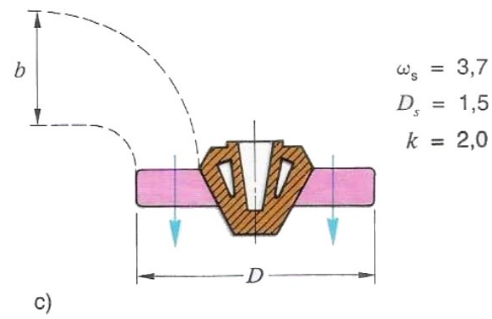


Figura 13.3 - Dimensioni relative di differenti tipi di giranti soggette alla stessa caduta utile e in grado di sviluppare uguale potenza; tra parentesi sono citati, per ogni girante, velocità specifica ω_s, diametro specifico D_s e rapporto di velocità periferica k:
a) Francis a flusso radiale (ω_s = 0,5, D_s = 4,1, k = 0,7);
b) Francis a flusso misto (ω_s = 1,8, D_s = 2, k = 0,8);
c) turbina a flusso assiale o turbina a elica (ω_s = 3,7, D_s = 1,5, k = 2,0).

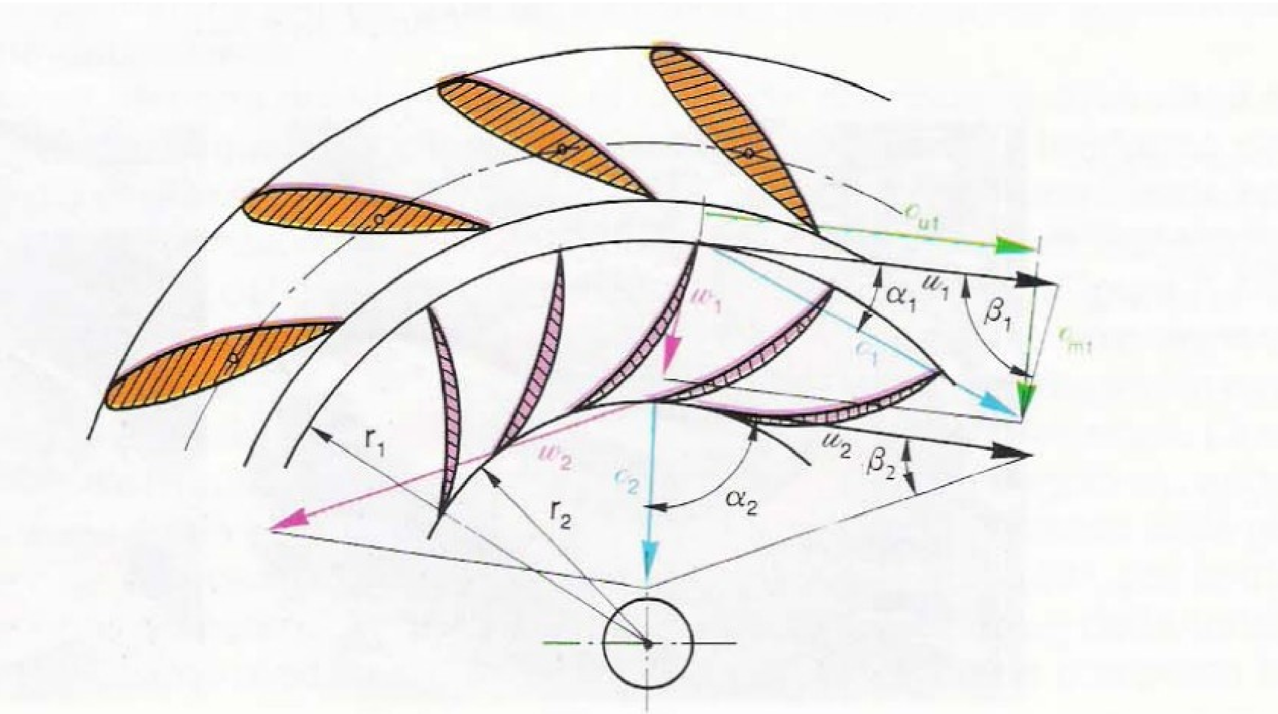


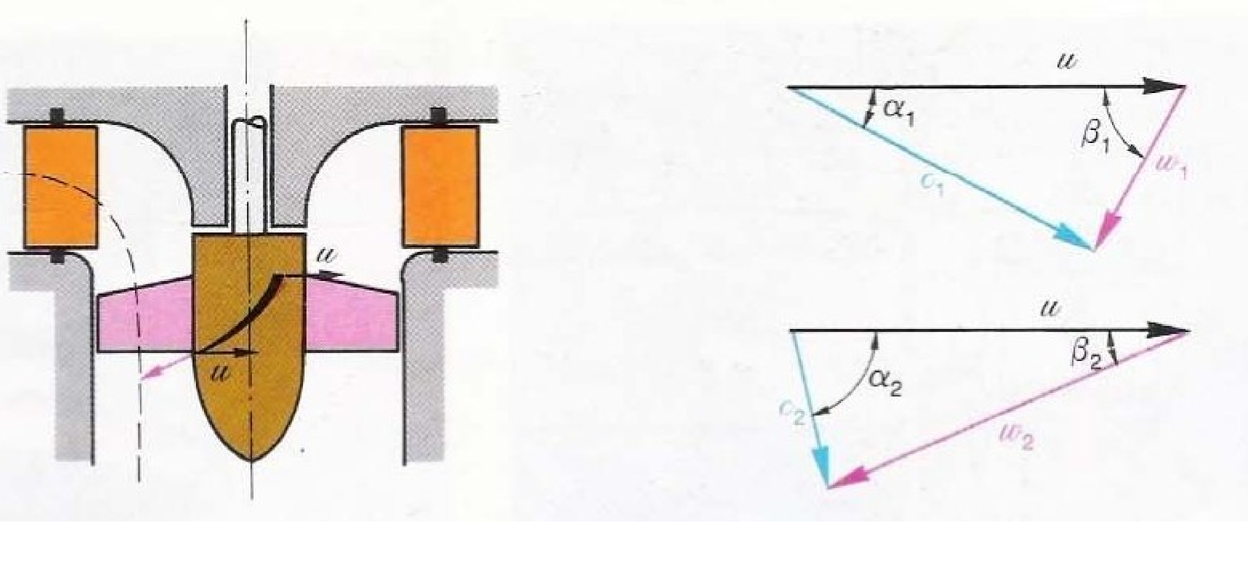


Nella turbina Francis l'angolo delle pale in ingresso β_1 è prossimo, per cadute elevate, a 90°, mentre per cadute modeste β_1 è minore di 90°; si ottengono così velocità di rotazione sufficientemente elevate e un buon funzionamento della turbina ai carichi parziali. L'angolo α_1, compreso tra 10° e 40°, viene di solito espresso in funzione della velocità specifica ω_s della turbina (*Figura 13.15*). Il grado di reazione χ si aggira attorno a 0,5.

Nella turbina assiale (*Figura 13.8*), il rendimento massimo è espresso ancora dalla relazione 13-8. La velocità periferica in una turbina assiale è sempre la stessa ($u = u_1 = u_2$), in quanto il diametro di ingresso è uguale a quello di uscita.
L'angolo β_1 è piuttosto basso in quanto la turbina assiale lavora sotto cadute piuttosto basse; all'apice della pala non si discosta molto dal valore di β_2; in prima approssimazione si può assumere un angolo $\beta_1 \approx 15°$. L'angolo α_1 invece è piuttosto elevato ($\alpha_1 \approx 65°$).

TRIANGOLI DELLE VELOCITÀ





I parametri riportati nella *Figura 13.15* sono:

— l'angolo α_1 che la velocità assoluta c_1 forma con la velocità periferica u_1 (*Figura 13.7*);

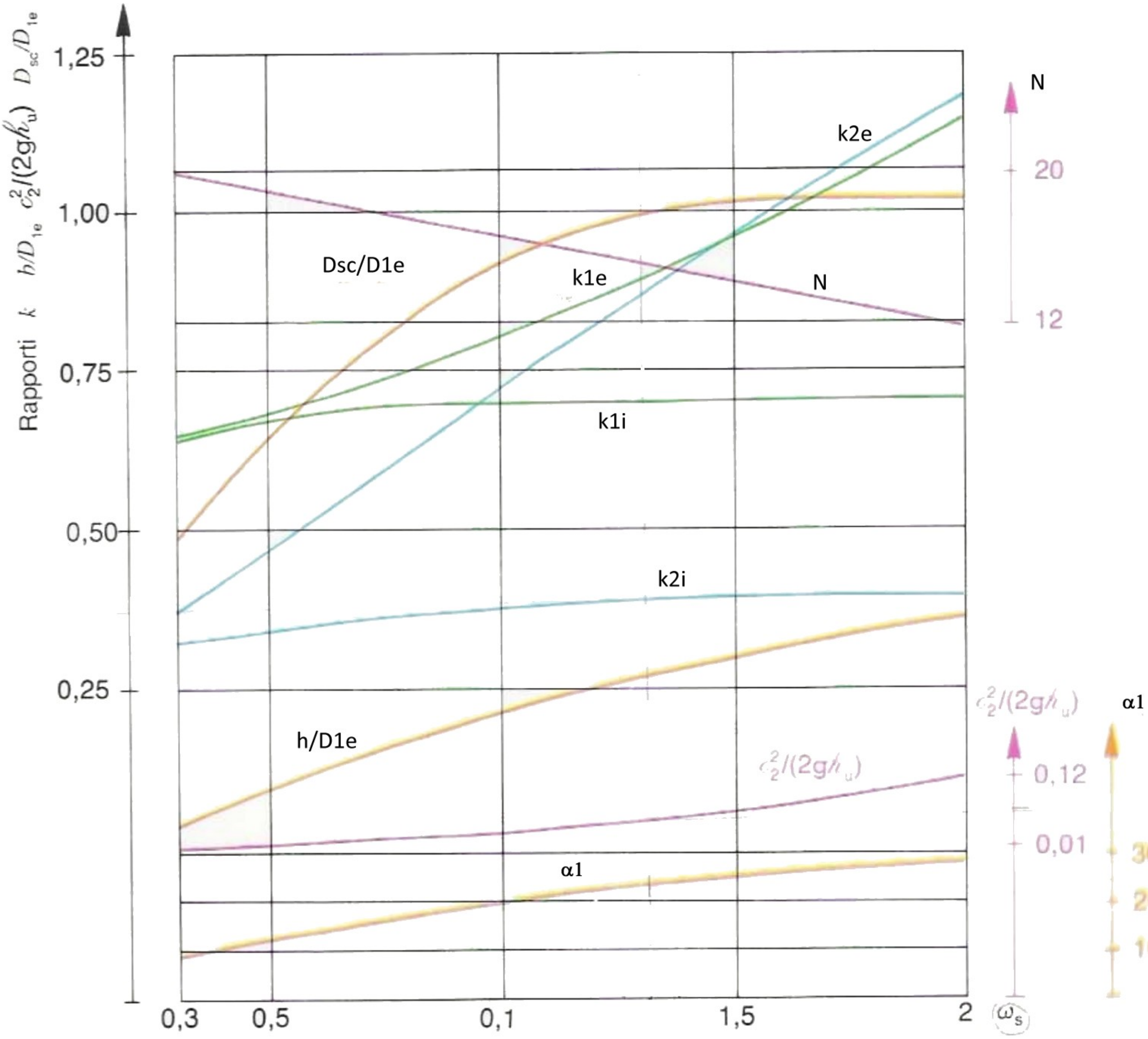
— il numero N delle pale rotoriche, che diminuisce (da 20 a 12) al crescere della velocità specifica;

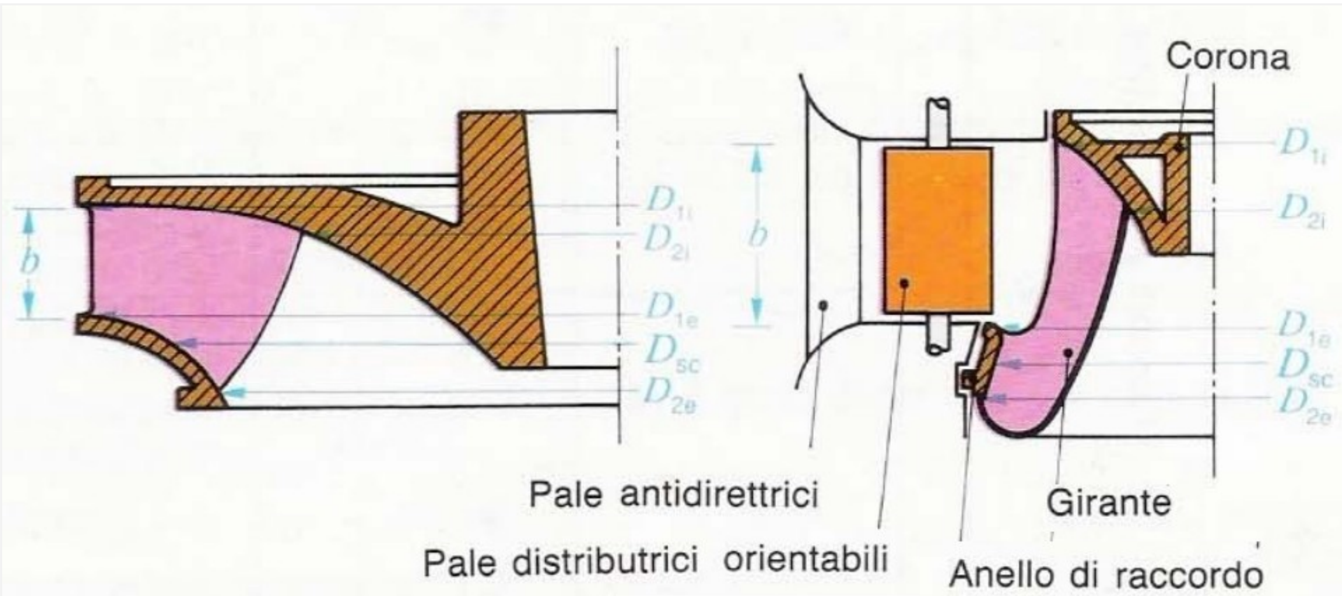
— il rapporto $c_2^2/(2gh_u)$, indice dell'energia persa allo scarico in assenza del recupero reso possibile dal diffusore, che passa da 0,01 a 0,12 al crescere della velocità specifica (è per questo motivo che nelle turbine medie e, soprattutto, veloci è indispensabile l'uso del diffusore);

— il rapporto b/D_{1e} tra altezza delle pale distributrici b e il diametro esterno della girante in ingresso D_{1e};

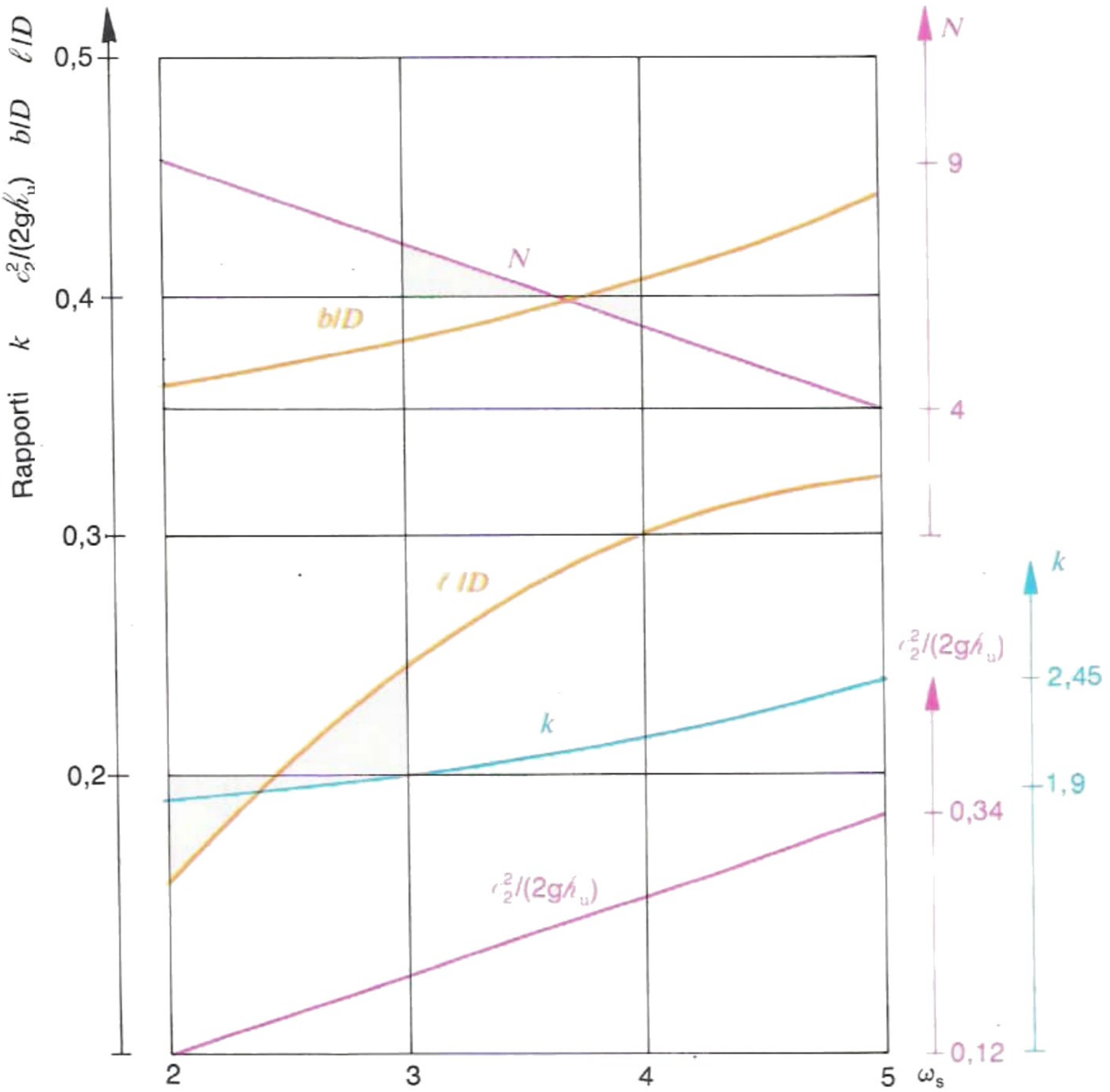
— il rapporto D_{sc}/D_{1e} tra il diametro allo scarico D_{sc} e il diametro esterno della girante in ingresso D_{1e};

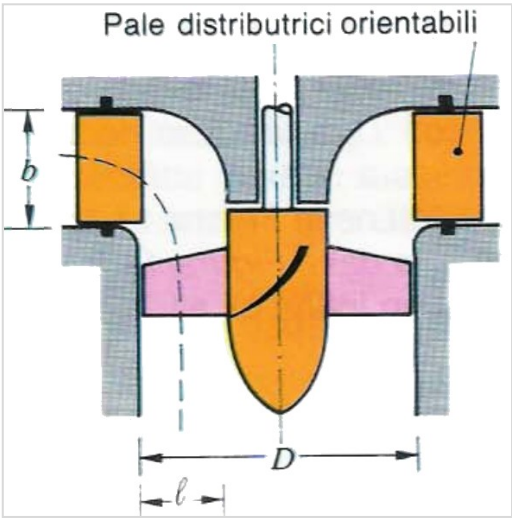
— i coefficienti di velocità periferica (11-6) k_{1e}, k_{2e}, k_{1i} e k_{2i} relativi rispettivamente ai diametri D_{1e}, D_{2e}, D_{1i} e D_{2i}.


Rapporti k h/D1e $c_2^2/(2gh_u)$ D_{sc}/D_{1e}
1,25
1,00
0,75
0,50
0,25
0,3
0,5
0,1
1,5
2
ω_s
Dsc/D1e
k1e
k2e
N
k1i
k2i
h/D1e
$c_2^2/(2gh_u)$
α1
N
20
12
$c_2^2/(2gh_u)$
0,12
0,01
α1
30°
20°
10°


b
D_{1i}
D_{2i}
D_{1e}
D_{sc}
D_{2e}
Corona
Pale antidirettrici
Pale distributrici orientabili
Girante
Anello di raccordo

DIMENSIONAMENTO TURBINA KAPLAN





FORMULE

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u$$

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0,75}} = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0,75}}$$

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\varrho}\,(gh)^{1,25}} = 2\pi n \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\varrho}\,(gh)^{1,25}}$$

$$D_s = D \frac{(gh)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}}$$

$$k = \frac{u_1}{\sqrt{2gh}} = \frac{\pi n D}{\sqrt{2gh}}$$

$$\chi = \frac{\eta_y g h_u - \frac{c_1^2}{2}}{\eta_y g h_u} = \frac{\eta_y h_u - \frac{c_1^2}{2g}}{\eta_y h_u}$$

Spesso viene usato il numero di giri caratteristico (o specifico) $n_c = n_s = n_Q$ al posto della velocità ω_s.

<u>numero di giri caratteristico delle turbine</u>

$$n_C = n \cdot \frac{\sqrt{P}}{\sqrt[4]{H^5}} = n \cdot \frac{P^{1/2}}{H^{5/4}} = n \cdot \frac{P^{0,5}}{H^{1,25}}$$

n : *numero di giri turbina* $\left[\frac{giri}{min}\right]$

H : *salto netto* $[m]$

P : *potenza meccanica utile* $[kW]$

il numero di giri caratteristico individua una famiglia di turbine geometricamente simili che in condizioni di massimo rendimento sviluppa la potenza di 1 kW sotto il salto netto di 1 m

Con questi parametri unitari si ottiene:
$n_c = n$

salto= 100 m
potenza=800 kW
n=1500 rpm

$$n_s = n \frac{\sqrt{P}}{H\sqrt[4]{H}} = 1500 \frac{\sqrt{800}}{100\sqrt[4]{100}} = 134$$

COPPIA MOTRICE

Per il calcolo del **MOMENTO MOTORE** sull'albero della turbina, ricordando le espressioni della potenza nel caso di moto rotatorio, si calcola:

- ✓ in funzione della velocità angolare $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n \;\left(\frac{rad}{s}\right)$ con n in $\frac{giri}{min}$

$$P_{m\,(kW)} = \frac{M_m \cdot \omega}{1000} \quad \text{da cui} \quad M_m = 1000 \frac{P_{m\,(kW)}}{\omega} \;(N \cdot m)$$ **MOMENTO ALL'ASSE DELLA TURBINA**

- ✓ in funzione del numero di giri $n = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \;\left(\frac{giri}{min}\right)$

$$P_{m\,(kW)} = \frac{M_m \cdot n}{9549} \quad \text{da cui} \quad M_m = 9549 \frac{P_{m\,(kW)}}{n} \;(N \cdot m)$$ **MOMENTO ALL'ASSE DELLA TURBINA**

Tale momento sollecita a torsione l'albero su cui è calettata la turbina, quindi torna utile nei calcoli di resistenza.

UNITA DI MISURA ANGLOSAASSINI

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{5/4}}$$

- N= Velocità della ruota (rpm)
- P= Potenza (kW)
- H= Prevalenza dell'acqua (m)

Unità inglesi

Espressa in unità inglesi , la "velocità specifica" è definita come $n_s = n \sqrt{P} / h^{5/4}$

- dove *n* è la velocità della ruota in giri/min
- *P* è la potenza in cavalli
- *h* è la prevalenza dell'acqua in piedi

Unità metriche

Espressa in unità metriche , la “velocità specifica” è $n_s = 0{,}2626\, n \sqrt{P} / h^{5/4}$

- dove *n* è la velocità della ruota in giri/min
- *P* è la potenza in kilowatt
- *h* è il carico idrico in metri

Il fattore 0,2626 è necessario solo quando la velocità specifica deve essere adattata alle unità inglesi. Nei paesi che utilizzano il sistema metrico, il fattore viene omesso e le velocità specifiche indicate sono corrispondentemente maggiori.

ESEMPIO 11.1 - CONFRONTO TRA DUE SOLUZIONI DI TURBINE

È a disposizione una portata d'acqua $\dot{V}$ = 5,7 m³/s sotto una caduta utile h_u = 370 m. Nell'ipotesi di scegliere una velocità di rotazione n *tale da poter accoppiare la turbina a un generatore elettrico sincrono, si chiede di valutare le caratteristiche principali (velocità di rotazione* n*, diametro della girante* D *e potenza utile* P_u*) raggiungibili nelle condizioni di massimo rendimento* η_T *con*

a) *una turbina Pelton (con rapporto di velocità periferica* k = 0,46*) oppure*

b) *una turbina Francis (con rapporto di velocità periferica* k = 0,75*).*

Si chiede inoltre di

c) *confrontare le due soluzioni.*

SOLUZIONE

a) La portata, come vedremo meglio nel seguito, è molto alta; ci orientiamo allora su una Pelton a tre ugelli, che, secondo la *Tabella 11.3*, ha un valore centrale di velocità specifica pari a 0,1. Questo è anche il valore che (*Figura 11.9*) permette di raggiungere il massimo del rendimento ($\eta_T \approx 0{,}88$). Una volta fissato il valore della velocità specifica, ricaviamo la velocità di rotazione n dalla 11-3:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,75}} \rightarrow n = \frac{\omega_s (g h)^{0,75}}{2\pi\sqrt{\dot{V}}}$$

$$n = \frac{0{,}1\ (9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m})^{0,75}}{2 \times \pi\ \sqrt{5{,}7\ \mathrm{m^3/s}}} = 3{,}12 \text{ giri/s } (187 \text{ giri/min}) \blacktriangleleft$$

La turbina potrebbe così essere accoppiata a un generatore sincrono con velocità di rotazione n = 3,125 giri/s a 32 poli e frequenza f = 50 Hz (*Tabella 11.2*).
Sul diagramma della *Figura 11.8* (linea a tratti), in corrispondenza della velocità specifica $\omega_s = 0{,}1$, leggiamo, all'interno dell'isola di massimo rendimento idraulico per le turbine Pelton (a tre getti), un valore del diametro specifico $D_s = 13$. Dall'espressione del diametro specifico otteniamo il valore del diametro D della Pelton (11-5):

$$D_s = D \frac{(g h)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}} \quad \rightarrow \quad D = \frac{D_s \sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,25}}$$

$$D = \frac{13\ \sqrt{5{,}7\ \mathrm{m^3/s}}}{(9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m})^{0,25}} = 3{,}998\ \mathrm{m} \quad \blacktriangleleft$$

Il diametro poteva anche essere calcolato dal rapporto di velocità periferica $k = 0{,}46$:

$$k = \frac{u_1}{\sqrt{2g h}} = \frac{\pi n D}{\sqrt{2g h}} \rightarrow D = \frac{k\sqrt{2g h}}{\pi n}$$

$$D = \frac{0{,}46\ \sqrt{2 \times 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m}}}{\pi \times 3{,}12 \text{ giri/s}} = 3{,}998\ \mathrm{m}$$

La potenza utile P_u è data dalla 11-1:

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u =$$

$$= 0{,}88 \times 5{,}7\ \mathrm{m^3/s} \times 1000\ \mathrm{kg/m^3} \times 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m} =$$

$$= 18.206.575\ \mathrm{W} = 18.206\ \mathrm{kW} = 18{,}2\ \mathrm{MW} \quad \blacktriangleleft$$

b) Dalla *Figura 11.9* e dalla *Tabella 11.3*, la velocità specifica che permette di raggiungere il rendimento più elevato ($\eta_T \approx 0{,}94$) per una turbina Francis lenta è $\omega_s = 0{,}6$. Una volta fissato il valore della velocità specifica, ricaviamo la velocità di rotazione n seguendo il procedimento della domanda precedente:

$$n = \frac{0{,}6\ (9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m})^{0,75}}{2 \times \pi\ \sqrt{5{,}7\ \mathrm{m^3/s}}} = 18{,}7 \text{ giri/s}$$

Questo valore della velocità di rotazione è piuttosto distante da quello che bisognerebbe avere per accoppiare la turbina Francis a un generatore sincrono con velocità di rotazione n = 16,67 giri/s (1000 giri/min) con 6 poli e frequenza f = 50 Hz (*Tabella 11.1*). Scegliamo allora una velocità specifica ω_s prossima a 0,6, ma tale da dare, come velocità di rotazione, n = 16,67 giri/s.

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,75}} =$$

$$= 2 \times \pi \times 16{,}67 \frac{\sqrt{5{,}7\ \mathrm{m^3/s}}}{(9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m})^{0,75}} = 0{,}535 \approx 0{,}55$$

Entriamo nel diagramma di *Figura 11.8* (linea a punti) con $\omega_s = 0{,}55$ e, nell'isola di massimo rendimento idraulico per le turbine a reazione, leggiamo un valore del diametro specifico $D_s = 4$. Dall'espressione del diametro specifico otteniamo il valore del diametro D della Francis:

$$D = \frac{4\ \sqrt{5{,}7\ \mathrm{m^3/s}}}{(9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m})^{0,25}} = 1{,}23\ \mathrm{m} \quad \blacktriangleleft$$

Il diametro poteva anche essere calcolato dal rapporto di velocità periferica $k = 0{,}75$:

$$D = \frac{0{,}75\ \sqrt{2 \times 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m}}}{\pi \times 16{,}67 \text{ giri/s}} = 1{,}22\ \mathrm{m}$$

La potenza utile P_u è data dalla 11-1:

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u =$$

$$= 0{,}94 \times 5.7\ \mathrm{m^3/s} \times 1000\ \mathrm{kg/m^3} \times 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m} =$$

$$= 19.447.932\ \mathrm{W} = 19.437\ \mathrm{kW} = 19{,}4\ \mathrm{MW} \quad \blacktriangleleft$$

c) La turbina Francis ha una velocità di rotazione un po' più alta di quelle usuali delle turbine a reazione (n = 16,67 giri/s) e deve sopportare all'interno della cassa una pressione p (4-9)

$$p = \varrho g h_u = 1000\ \mathrm{kg/m^3} \times 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \times 370\ \mathrm{m} =$$
$$= 3{,}63\ \mathrm{MPa}$$

Tuttavia un diametro della girante D = 1,23 m è molto interessante, se confrontato a quello della Pelton che arriva a 4 m. La Francis inoltre ha un rendimento più elevato della Pelton e quindi la potenza utile è maggiore (P_u = 19,4 MW invece di 18,2 MW). Va poi tenuto presente che attualmente le turbine Francis arrivano a trattare cadute fino a 600 m.

COMMENTI

Qualora si volesse insistere su una soluzione basata su una turbina Pelton, occorre ridurre il diametro D e aumentare la velocità di rotazione n, seguendo due strade:

1. Si aumenta la velocità specifica ω_s, accettando la corrispondente perdita di rendimento (*Figura 11.9*). Posto, ad esempio, $\omega_s = 0,2$ ($\eta \approx 0,84$), otteniamo una velocità di rotazione n'

$$n' = \frac{0,2\ (9,81\ m/s^2 \times 370\ m)^{0,75}}{2 \times \pi \sqrt{5,7\ m^3/s}} =$$

$$= 6,24\ giri/s\ (374\ giri/min)$$

e un diametro D'

$$D' = \frac{0,46 \sqrt{2 \times 9,81 \times 370\ m}}{\pi \times 6,24\ giri/s} = 1,999\ m$$

2. Passare a una turbina Pelton a due ruote, come quella illustrata dalle *Figure 12.3* e *12.5*, ciascuna in grado di trattare con tre getti la portata $\dot{V}/2$. In tal caso per ciascuna ruota abbiamo:

$$\omega_s = 2\pi n'' \frac{\sqrt{\dot{V}/2}}{(g h)^{0,75}} = 2\pi n'' \frac{\sqrt{\dot{V}}\sqrt{1/2}}{(g h)^{0,75}} \rightarrow$$

$$n'' = \sqrt{2}\left[\frac{\omega_s (g h)^{0,75}}{2\pi\sqrt{\dot{V}}}\right] = 1,41\left[\frac{\omega_s (g h)^{0,75}}{2\pi\sqrt{\dot{V}}}\right]$$

Ma il termine tra parentesi quadre non è altro che la velocità di rotazione n che avevamo già calcolata all'inizio e che valeva 3,12 giri/s; quindi la nuova velocità di rotazione n'' vale:

$$n'' = 1,41n = 1,41 \times 3,12\ giri/s = 4,4\ giri/s\ (264\ giri/min)$$

mentre il nuovo diametro D'' è dato da:

$$D'' = \frac{0,46 \sqrt{2 \times 9,81 \times 370\ m}}{\pi \times 4,4\ giri/s} = 2,835\ m$$

In ogni caso o per il rendimento piuttosto basso della prima alternativa, o per il diametro ancora elevato ($D'' = 2,835$ m) della Pelton a due ruote, conviene adottare la soluzione Francis.
La soluzione Francis va però verificata, agli effetti della cavitazione, con il metodo illustrato nell'*Esempio 13.4*.

ESEMPIO 11.3 - DIMENSIONAMENTO DI UNA TURBINA FRANCIS

Jna turbina Francis deve essere progettata (condizioni di nassimo rendimento) per una caduta utile h_u = 120 m e per una portata $\dot{V}$ = 2,5 m³/s. La turbina viene direttanente accoppiata a un alternatore che ha una velocità di rotazione n = 10 giri/s (600 giri/min), con 10 poli e frequenza 50 Hz dalla Tabella 11.2.
Determinare:
a) velocità specifica ω_s, diametro specifico D_s, rendimento idraulico η_y e rendimento totale η_T;
b) potenza utile P_u;
c) diametro D della girante e velocità periferica u_1;

SOLUZIONE

a) La velocità specifica ω_s è data dalla formula 11-11:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,75}} =$$

$$= 2 \times \pi \times 10\ giri/s \frac{\sqrt{2,5\ m^3/s}}{(9,81\ m/s^2 \times 120\ m)^{0,75}} =$$

$$= 0,494 \approx 0,5$$

La velocità specifica è piuttosto bassa e si tratta quindi di una girante lenta. In corrispondenza della velocità specifica $\omega_s = 0,5$, ella regione a rendimento idraulico più elevato del *Diagramma 11.20*, eggiamo un diametro specifico leggermente superiore a 4; prendiamo $D_s = 4,1$ (linea a tratti di *Figura 11.20*). Il punto $\omega_s = 0,5$ $D_s = 4,1$ cade all'interno dell'isola con rendimento η_y maggiore di 0,9. Prendiamo un rendimento idraulico

$$\eta_y = 0,94$$

Il rendimento totale della turbina si ricava invece dal *Diagramma 11.9* e vale:

$$\eta_T = 0,925$$

b) La potenza utile P_u è data da (11-7′):

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u =$$

$$= 0,925 \times 2,5\ m^3/s \times 1000\ kg/m^3 \times 9,81\ m/s^2 \times 120\ m =$$

$$= 2.722.275\ W = 2.722\ kW = 2,7\ MW$$

c) Attraverso l'espressione del diametro specifico (11-13), ormai conosciuto dalla prima domanda ($D_s = 4,1$), ricavo il valore del diametro della girante D; D è il diametro massimo, che coincide con il diametro esterno di ingresso, in quanto (si veda lo schema della *Figura 11.19-a*) la turbina è lenta:

$$D_s = D\frac{(g h)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}} \rightarrow D = \frac{D_s\sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,25}}$$

$$D = \frac{4,2\sqrt{2,5\ m^3/s}}{(9,81\ m/s^2 \times 120\ m)^{0,25}} = 1,11\ m$$

La velocità periferica u_1 risulta:

$$u_1 = \pi n D = \pi \times 10\ giri/s \times 1,11\ m = 34,9\ m/s$$

ESEMPIO 11.4 - DIMENSIONAMENTO DI UNA TURBINA A ELICA

Una turbina a elica deve essere progettata (condizioni di massimo rendimento) per una caduta utile $h_u = 5{,}6$ m e per una portata $\dot{V} = 9{,}5$ m³/s. La turbina viene direttamente accoppiata a un alternatore che ha una velocità di rotazione n = 4,167 giri/s (250 giri/min) con 24 poli e frequenza 50 Hz dalla Tabella 11.2.

Determinare:

a) *velocità specifica ω_s, diametro specifico D_s, rendimento idraulico η_y e rendimento totale η_T;*

b) *potenza utile P_u;*

c) *diametro D della girante e velocità periferica u;*

d) *diametro D_3 all'uscita di un diffusore (che permetta di rispettare una velocità nel canale di scarico $v_3 = 1{,}5$ m/s) e perdita allo scarico.*

SOLUZIONE

a) La velocità specifica ω_s è data dalla formula 11-11:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,75}} =$$

$$= 2 \times \pi \times 4{,}167 \text{ giri/s} \frac{\sqrt{9{,}5 \text{ m}^3/\text{s}}}{(9{,}81 \text{ m/s}^2 \times 5{,}6 \text{ m})^{0,75}} =$$

$$= 3{,}99 \approx 4{,}0 \quad \blacktriangleleft$$

In corrispondenza della velocità specifica $\omega_s = 4{,}0$, nella regione a rendimento idraulico più elevato, leggiamo un diametro specifico $D_s = 1{,}4$ (linea a punti di *Figura 11.20*). Il punto $\omega_s = 4{,}0$ e $D_s = 1{,}4$ è prossimo al rendimento idraulico di 0,85. Prendiamo allora un rendimento idraulico

$$\eta_y = 0{,}85 \quad \blacktriangleleft$$

b) La potenza utile P_u si ricava con la 11-7′, dove poniamo un rendimento totale $\eta_T = 0{,}84$ (*Figura 11.9*).

$$P_u = \eta_T \dot{V} \varrho g h_u =$$

$$= 0{,}84 \times 9{,}5 \text{ m}^3/\text{s} \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9{,}81 \text{ m/s}^2 \times 5{,}6 \text{ m} =$$

$$= 438.389 \text{ W} = 438{,}4 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

c) Attraverso l'espressione del diametro specifico 11-13, ormai conosciuto dalla risposta alla prima domanda ($D_s = 1{,}4$), ricaviamo il valore del diametro della girante D:

$$D_s = D \frac{(g h)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}} \rightarrow D = \frac{D_s \sqrt{\dot{V}}}{(g h)^{0,25}}$$

$$D = \frac{1{,}4 \sqrt{9{,}5 \text{ m}^3/\text{s}}}{(9{,}81 \text{ m/s}^2 \times 5{,}6 \text{ m})^{0,25}} = 1{,}585 \text{ m} \quad \blacktriangleleft$$

La velocità periferica u risulta:

$$u = \pi n D = \pi \times 4{,}167 \text{ giri/s} \times 1{,}585 \text{ m} = 20{,}7 \text{m/s} \quad \blacktriangleleft$$

d) Se non ci fosse il diffusore la perdita allo scarico sarebbe molto alta (25%) e quindi insopportabile. Occorre quindi mettere un diffusore. Questo diffusore permette di raggiungere una velocità nel canale di scarico $v_3 = 1{,}5$ m/s. Il diametro D_3 all'uscita del diffusore si calcola con l'equazione di continuità.

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} D_3^2 v_3 \rightarrow D_3 =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \dot{V}}{\pi v_3}} = \sqrt{\frac{4 \times 9{,}5 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \times 1{,}5 \text{ m/s}}} = 2{,}84 \text{ m} \quad \blacktriangleleft$$

La perdita allo scarico diviene perciò:

$$\frac{v_3^2}{2 g h_u} = \frac{(1{,}5 \text{ m/s})^2}{2 \times 9{,}81 \text{ m/s}^2 \times 5{,}6 \text{ m}} = 0{,}02 = 2\% \quad \blacktriangleleft$$